全品
— SINCE 1992 —

教育图书 功能学具 学生之家

基础教育行业专研品牌

30+年专注教育行业

全品学练考

主编 肖德好

练习册

高中数学

必修第四册 RJB

江西美术出版社
全国百佳图书出版单位

01 【课前预习】精炼呈现，使琐碎知识逻辑更清晰；诊断分析解决易错，排查知识陷阱

课前预习　知识导学　素养初识

◆ 知识点一　余弦定理

文字语言	三角形任何一边的_____等于其他两边的_____减去这两边与它们夹角_____的2倍
符号语言	$a^2=$_____，$b^2=$_____，$c^2=$_____
变形形式	$\cos A=$_____，$\cos B=$_____，$\cos C=$_____

【诊断分析】判断下列说法的正误.(正确的打“√”,错误的打“×”)

(1)余弦定理反映了任意三角形边角之间的关系，因此它适用于任何三角形.　(　)

◆ 知识点二　利用余弦定理解三角形

利用余弦定理主要解答如下两种解三角形的问题：

(1)已知三角形的两边和一个角，求_____；

(2)已知三角形的三边，求_____.

【诊断分析】判断下列说法的正误.(正确的打“√”,错误的打“×”)

(1)若 $b^2+c^2-a^2=0$，则 $A=90°$.　(　)

(2)在△ABC 的六个元素中，已知任意三个元素可求其他元素.　(　)

(3)在△ABC 中，已知两边及夹角时，△ABC 不一定唯一.　(　)

(4)若在三角形中，已知两边及一边的对角，则这样的三角形唯一确定.　(　)

02 【课中探究】采用分层式设计，通过题组、拓展形式凸显讲次重点

◆ 探究点二　复数与复平面内向量的关系

例2　在复平面内的长方形 $ABCD$ 的四个顶点中，点 A，B，C 对应的复数分别是 $2+3i$，$3+2i$，$-2-3i$，求点 D 对应的复数.

变式　(1)在复平面内，O 为坐标原点，向量 $\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$ 对应的复数分别为 $2-3i$，$-3+2i$，那么向量 $\overrightarrow{BA}$ 对应的复数是　(　)

A. $-5+5i$　　B. $5-5i$

C. $5+5i$　　D. $-5-5i$

(2)在复平面内，O 为坐标原点，向量 $\overrightarrow{OZ}$ 对应的复数是 $-1+i$，将 $\overrightarrow{OZ}$ 绕点 O 按逆时针方向旋转 $\frac{\pi}{4}$，则所得向量对应的复数为　(　)

A. $-\sqrt{2}$　　B. $-\sqrt{2}i$

C. -1　　D. $-i$

[素养小结]

(1)根据复数与平面向量的对应关系，可知当平面向量的起点在原点时，向量的终点对应的复数即为向量对应的复数.反之复数对应的点确定后，从原点引出的指向该点的有向线段，即为复数对应的向量.

(2)解决复数与平面向量一一对应的问题时，一般以复数与复平面内的点一一对应为工具，实现复数、复平面内的点、向量之间的转化.

拓展　在复平面内，O 为坐标原点，向量 $\overrightarrow{OZ_1}$ 对应的复数是 $2-i$，向量 $\overrightarrow{OZ_2}$ 对应的复数是 $a-2i$ $(a\in\mathbf{R})$，若 $\overrightarrow{OZ_1}\perp\overrightarrow{OZ_2}$，则 $a=$_____.

◆ 探究点三　共轭复数

例3　(1)在复平面内，复数 $z=-1+i$，则 $\overline{z}$ 对应的点位于　(　)

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

(2)[2024·陕西汉中高一期末]已知复数 $z=(m^2-2m-3)+(m^2+3m+2)i$，$m\in\mathbf{R}$，且 $z=\overline{z}$，则 $m=$　(　)

A. -1 或 3　　B. -1 或 -2

C. 3　　D. -2

变式　(多选题)已知复数 $z=a+bi$(a，$b\in\mathbf{R}$，i 为虚数单位)，且 $a+b=1$，则下列说法正确的是　(　)

A. z 不可能为纯虚数

B. 若 $z=\overline{z}$，则 z 是实数

C. 若 $z=|z|$，则 z 是实数

D. $|z|$ 可以等于 $\frac{1}{2}$

[素养小结]

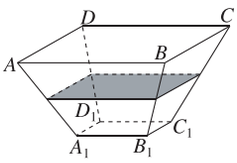
互为共轭复数的两个复数在复平面内所对应的点关于实轴对称.特别地，实数和它的共轭复数在复平面内所对应的点重合，且在实轴上.

03 本章总结提升精选典型题和高考题，提前对接高考

◆ 题型一　基本立体图形

[类型总述] (1)柱、锥、台、球的几何特征；(2)多面体与旋转体；(3)简单组合体.

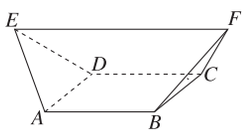
例 1 (1)[2024·安徽师大附中高一月考]“方斗”常作为盛米的一种容器，其形状是一个上大下小的正四棱台，现有“方斗”容器如图所示，已知 $AB=2A_1B_1$，现往容器里加米，当米的高度是“方斗”高度的一半时，用米 38 kg，则该“方斗”可盛米的总质量为 (　　)



A. 152 kg　　B. 133 kg

C. 114 kg　　D. 112 kg

变式 (1)《九章算术》是我国古代的一部数学名著，书中记载了一类名为“羡除”的五面体. 如图，在羡除 $ABCDEF$ 中，底面 $ABCD$ 是正方形，EF//平面 $ABCD$，$EF=2$，其余棱长都为 1，则这个几何体的体积为 (　　)



A. $2\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

(2)[2023·全国甲卷] 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E,F 分别为 AB,C_1D_1 的中点. 以 EF 为直径的球的球面与该正方体的棱共有_____个公共点.

04 科学分层设置作业，注重难易比例分配，兼顾基础性和综合性应用

基础巩固

1. 在锐角三角形 ABC 中，内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，若 $2a\sin B=\sqrt{3}b$，则角 A 等于 (　　)

A. $\frac{\pi}{12}$　　B. $\frac{\pi}{6}$

C. $\frac{\pi}{4}$　　D. $\frac{\pi}{3}$

综合提升

11. 在△ABC 中，若动点 P 满足向量 $\overrightarrow{AP}$ 平行于向量 $\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|\sin B}+\frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|\sin C}$，则点 P 的轨迹过△ABC 的 (　　)

A. 外心　　B. 内心

C. 重心　　D. 垂心

思维探索

15. 已知△ABC 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且 $\sqrt{3}c\cos A+a\sin C=0$，若角 A 的平分线交 BC 于点 D，且 $AD=1$，则 $b+c$ 的最小值为_____.

16. [2024·武汉高一期末] 在△ABC 中，内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且 $a\cos(B-C)-a\cos(B+C)=2\sqrt{3}c\sin B\cos A$.

(1)求角 A 的大小；

(2)若△ABC 为锐角三角形，且 $c=2$，求△ABC 的面积的取值范围.

05 精选试题，穿插设置滚动习题，无缝对接阶段性复习巩固

▶滚动习题（二）

范围 10.1～10.2

(时间：45 分钟　分值：100 分)

一、单项选择题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

1. 已知复数 $z=-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\mathrm{i}$(其中 i 为虚数单位)，则其共轭复数的虚部为 (　　)

A. $-\frac{3}{2}$　　B. $\frac{3}{2}$

C. $\frac{3}{2}\mathrm{i}$　　D. $-\frac{3}{2}\mathrm{i}$

三、填空题：本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

9. 在复平面内，复数 $1+\mathrm{i}$，$1+3\mathrm{i}$ 对应的向量分别为 $\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$，其中 O 为坐标原点，则 $|\overrightarrow{AB}|=$_____.

10. [2025·黑龙江哈尔滨高一期末] 已知 $z\in\mathbf{C}$，$z_1=3-4\mathrm{i}$，$|z|=2$，则 $|z-z_1|$ 的最大值为_____.

CONTENTS 目录

09 第九章　解三角形
PART NINE

9.1　正弦定理与余弦定理 …… 001
9.1.1　正弦定理 …… 001
第 1 课时　正弦定理（一） …… 001
第 2 课时　正弦定理（二） …… 003
9.1.2　余弦定理 …… 005
第 1 课时　余弦定理 …… 005
第 2 课时　正、余弦定理解三角形 …… 007
9.2　正弦定理与余弦定理的应用 …… 009
滚动习题（一）[范围 9.1～9.3] …… 012

10 第十章　复数
PART TEN

10.1　复数及其几何意义 …… 015
10.1.1　复数的概念 …… 015
10.1.2　复数的几何意义 …… 017
10.2　复数的运算 …… 019
10.2.1　复数的加法与减法 …… 019
10.2.2　复数的乘法与除法 …… 021
滚动习题（二）[范围 10.1～10.2] …… 023
* 10.3　复数的三角形式及其运算 …… 025

11 第十一章　立体几何初步
PART ELEVEN

11.1　空间几何体 …… 027
11.1.1　空间几何体与斜二测画法 …… 027
11.1.2　构成空间几何体的基本元素 …… 029
11.1.3　多面体与棱柱 …… 031
11.1.4　棱锥与棱台 …… 033

11.1.5　旋转体 …… 035
11.1.6　祖暅原理与几何体的体积 …… 037
滚动习题（三）[范围 11.1] …… 040
11.2　平面的基本事实与推论 …… 043
11.3　空间中的平行关系 …… 045
11.3.1　平行直线与异面直线 …… 045
11.3.2　直线与平面平行 …… 047
第 1 课时　直线与平面平行的判定定理 …… 047
第 2 课时　直线与平面平行的性质定理 …… 050
11.3.3　平面与平面平行 …… 053
第 1 课时　平面与平面平行的判定定理 …… 053
第 2 课时　平面与平面平行的性质定理 …… 056
滚动习题（四）[范围 11.2～11.3] …… 059
11.4　空间中的垂直关系 …… 062
11.4.1　直线与平面垂直 …… 062
第 1 课时　异面直线所成的角、直线与平面垂直的判定定理 …… 062
第 2 课时　直线与平面垂直的性质、线面角 …… 065
11.4.2　平面与平面垂直 …… 068
第 1 课时　二面角、平面与平面垂直的判定定理 …… 068
第 2 课时　平面与平面垂直的性质定理 …… 071
滚动习题（五）[范围 11.4] …… 074
滚动习题（六）[范围 11.3～11.4] …… 077
滚动习题（七）[范围 11.1～11.4] …… 080

■ **参考答案**（练习册）[另附分册 P083～P138]　　■ **导学案** [另附分册 P139～P280]

本书精选带★题目，助力学生规避易错、掌握方法、总结结论

>> 测　评　卷

单元素养测评卷（一）[第九章] …… 卷 01
单元素养测评卷（二）[第十章] …… 卷 03
单元素养测评卷（三）[第十一章] …… 卷 05
模块素养测评卷（一） …… 卷 07
模块素养测评卷（二） …… 卷 09

参考答案 …… 卷 11

第九章　解三角形

9.1　正弦定理与余弦定理

9.1.1　正弦定理

第1课时　正弦定理（一）

基础巩固

1. [2025·石家庄高一期中] 在$\triangle ABC$中，内角A，B，C所对的边分别为a，b，c，若$b=5$，$B=\frac{\pi}{4}$，$\tan A=2$，则$a=$（　　）

A. $2\sqrt{10}$　　B. $4\sqrt{10}$

C. $10\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{10}$

2. [2025·北京清华大学附中高一期末] 在$\triangle ABC$中，$AB=5$，$BC=6$，$\cos B=\frac{3}{5}$，则$\triangle ABC$的面积为（　　）

A. 24　　B. 18

C. 12　　D. 9

3. 在$\triangle ABC$中，内角A，B，C的对边分别为a，b，c，若$b=2$，$B=30°$，$C=135°$，则$a=$（　　）

A. $\sqrt{6}-\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{6}+\sqrt{2}$

C. $\sqrt{3}+\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

4. 在钝角三角形ABC中，内角A，B，C的对边分别为a，b，c，若$a=4$，$b=4\sqrt{3}$，$A=30°$，则$\triangle ABC$中最大的角为（　　）

A. 120°　　B. 130°

C. 110°　　D. 150°

5. [2024·西安电子科技中学高一月考] 在$\triangle ABC$中，内角A，B，C所对的边分别为a，b，c，若$b=6\sqrt{3}$，$c=6$，$C=30°$，则a的值为（　　）

A. 6或8　　B. 8

C. 6或12　　D. 12

6. 在$\triangle ABC$中，内角A，B，C所对的边分别为a，b，c，已知$A=45°$，$a=3\sqrt{2}$，$b=3$，则$B=$（　　）

A. 30°或150°　　B. 60°或120°

C. 30°　　D. 60°

7. 在$\triangle ABC$中，内角A，B，C的对边分别为a，b，c，若$B=\frac{\pi}{3}$，$c=2$，BC边上的高等于$\frac{a}{3}$，则$\triangle ABC$的面积为（　　）

A. $\frac{9}{2}$　　B. 9

C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$　　D. $3\sqrt{3}$

8. 已知$\triangle ABC$的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，且$a=4$，$\sin C=\frac{1}{4}\left(0<C<\frac{\pi}{2}\right)$，若$\triangle ABC$有两解，则整数$c$的值为_____.

9. [2024·广东汕头河溪中学高一月考] 在$\triangle ABC$中，内角A，B，C所对的边分别为a，b，c，若$b=\sqrt{3}$，$c=1$，$B=\frac{\pi}{3}$，则$S_{\triangle ABC}=$_____.

10. [2025·河北定州二中高一月考] (1)在$\triangle ABC$中,内角A,B,C所对的边分别为a,b,c,已知$a=2\sqrt{2}$,$A=30°$,$B=45°$,求解这个三角形;

(2)在$\triangle ABC$中,内角A,B,C所对的边分别为a,b,c,已知$a=2\sqrt{3}$,$b=6$,$A=30°$,求解这个三角形.

综合提升

11. 在$\triangle ABC$中,$AB=2AC$,$\angle BAC$的平分线AD交边BC于点D,记$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$,则$\overrightarrow{AB}=$ (　　)

A. $3\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$　　B. $-2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}$

C. $3\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$　　D. $2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}$

12. (多选题)已知$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a,b,c,若$\cos A=\frac{3}{4}$,$C=2A$,则 (　　)

A. $\triangle ABC$为钝角三角形

B. C为最大的内角

C. $a:b:c=4:5:6$

D. $A:B:C=2:3:4$

13. [2025·山东青岛高一期中] 在$\triangle ABC$中,内角A,B,C所对的边分别为a,b,c,$A=\frac{\pi}{3}$.若$\triangle ABC$为锐角三角形,且$c=2$,则$\triangle ABC$的面积S的取值范围为_____.

14. 在$\triangle ABC$中,内角A,B,C所对的边分别为a,b,c,且$B=30°$,$b=\sqrt{2}$,$c=2$.

(1)求角C的大小;

(2)若角C为锐角,求a的值;

(3)求$\triangle ABC$的面积.

思维探索

15. 在$\triangle ABC$中,内角A,B,C所对的边分别为a,b,c,若$\angle ABC=120°$,$\angle ABC$的平分线交AC于点D,且$BD=1$,则$4a+3c$的最小值为 (　　)

A. $7+4\sqrt{3}$　　B. $7+2\sqrt{7}$

C. $12+2\sqrt{7}$　　D. $12+4\sqrt{3}$

16. 若满足$B=\frac{\pi}{4}$,$AC=6$,$BC=k$的$\triangle ABC$恰有一个,则实数k的取值范围是_____.

第 2 课时　正弦定理（二）

基础巩固

1. 在锐角三角形 ABC 中，内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，若 $2a\sin B=\sqrt{3}b$，则角 A 等于（　　）

A. $\frac{\pi}{12}$　　B. $\frac{\pi}{6}$

C. $\frac{\pi}{4}$　　D. $\frac{\pi}{3}$

2. 在△ABC 中，内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，若 $a=b\sin A$，则△ABC 一定是（　　）

A. 锐角三角形　　B. 直角三角形

C. 钝角三角形　　D. 等腰三角形

3. 在锐角三角形 ABC 中，内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c. 若 $2a\sin B=\sqrt{2}b$，则 $A=$（　　）

A. $\frac{\pi}{12}$　　B. $\frac{\pi}{6}$　　C. $\frac{\pi}{4}$　　D. $\frac{\pi}{3}$

4. [2024·河南焦作沁阳高一期末] 在△ABC 中，内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，若 $b\cos(A+B)=(c-2a)\cos B$，则 $B=$（　　）

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{\pi}{2}$　　D. $\frac{2\pi}{3}$

5. [2025·河北保定高一期末] 在△ABC 中，内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，若 $\cos 2A+1=\cos 2B+\cos 2C$，且 $b\cos C=c\sin B$，则△ABC 的形状一定是（　　）

A. 锐角三角形

B. 等腰直角三角形

C. 钝角三角形

D. 等边三角形

6. 已知△ABC 的内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，若 $\cos(A-B)-\cos(A+B)=\frac{3}{4}$，且 $ab=\frac{3}{2}$，则△ABC 的外接圆的面积为（　　）

A. $\frac{\pi}{2}$　　B. π　　C. 2π　　D. 4π

7. 设锐角三角形 ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，若 $\cos B+\sqrt{3}\sin B=2$，$c=2$，则△ABC 的面积的取值范围为（　　）

A. $\left(\frac{\sqrt{3}}{2},4\sqrt{3}\right)$　　B. $\left(\frac{\sqrt{3}}{2},2\sqrt{3}\right)$

C. $\left(\frac{\sqrt{3}}{4},\sqrt{3}\right)$　　D. $\left(\frac{\sqrt{3}}{8},\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

8. （多选题）已知△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，$B=\frac{\pi}{4}$，$b=4$，则下列结论正确的是（　　）

A. △ABC 的外接圆半径为 $4\sqrt{2}$

B. △ABC 的外接圆半径为 $2\sqrt{2}$

C. a 的取值范围为 $(0,4\sqrt{2}]$

D. a 的取值范围为 $(0,4]$

9. 在△ABC 中，内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，若 $2c\cos B=2a-b$，则 $C=$_____.

10. 已知△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且 $3a=4b$，$4\cos A=3\cos B$.

(1)求 C；

(2)若△ABC 的外接圆半径为 5，求△ABC 的面积.

班级

姓名

答题区 题号 1 2 3 4 5 6 7 8 9 11 12 13 15

综合提升

11. 在$\triangle ABC$中，若动点P满足向量$\overrightarrow{AP}$平行于向量$\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|\sin B}+\frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|\sin C}$，则点$P$的轨迹过$\triangle ABC$的（　　）

A. 外心　　B. 内心

C. 重心　　D. 垂心

12. （多选题）已知a,b,c分别是$\triangle ABC$三个内角A,B,C的对边，则下列说法正确的是（　　）

A. 若$\triangle ABC$是锐角三角形，则$\sin A>\cos B$

B. 若$b=a\cos C+c\cos A$，则$\triangle ABC$是等腰三角形

C. 若$b\cos C+c\cos B=b$，则$\triangle ABC$是等腰三角形

D. 若$\triangle ABC$是等边三角形，则$\frac{a}{\cos A}=\frac{b}{\cos B}=\frac{c}{\cos C}$

13. 在$\triangle ABC$中，内角A,B,C所对的边分别为a,b,c，若$(2a+b)\cos C+c\cos B=0$，则$\sin A\cdot\sin B$的最大值为_____.

14. 在$\triangle ABC$中，内角A,B,C所对的边分别为a,b,c，且$b\cos\left(\frac{\pi}{2}-C\right)=\sqrt{3}c\cos B$.

(1)求B；

(2)若$b=\sqrt{3}$，求$a+c$的取值范围.

思维探索

15. 已知$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a,b,c，且$\sqrt{3}c\cos A+a\sin C=0$，若角$A$的平分线交$BC$于点$D$，且$AD=1$，则$b+c$的最小值为_____.

16. [2024·武汉高一期末] 在$\triangle ABC$中，内角A,B,C的对边分别为a,b,c，且$a\cos(B-C)-a\cos(B+C)=2\sqrt{3}c\sin B\cos A$.

(1)求角A的大小；

(2)若$\triangle ABC$为锐角三角形，且$c=2$，求$\triangle ABC$的面积的取值范围.

9.1.2 余弦定理

第1课时 余弦定理

基础巩固

1. 在$\triangle ABC$中，内角A，B，C所对的边分别为a，b，c，若$a=3$，$b=\sqrt{7}$，$c=2$，则B等于（　　）

A. 30°　　B. 45°

C. 60°　　D. 120°

2. 在$\triangle ABC$中，内角A，B，C所对的边分别为a，b，c，若$a=3$，$b=4$，$C=120^\circ$，则$c=$（　　）

A. 37　　B. 13

C. $\sqrt{13}$　　D. $\sqrt{37}$

3. [2025·河北承德高一期中] 在$\triangle ABC$中，内角A，B，C的对边分别为a，b，c. 若$2A=B+C$，$a^2=bc$，则$\triangle ABC$是（　　）

A. 三边不全相等的锐角三角形

B. 钝角三角形

C. 直角三角形

D. 等边三角形

4. [2025·湖南株洲高一期中] 已知$\triangle ABC$的内角A，B，C所对的边分别为a，b，c，若$(a+b+c)(a+b-c)-3ab=0$，则角C的大小为（　　）

A. 60°　　B. 90°

C. 150°　　D. 120°

5. 在$\triangle ABC$中，$A=60^\circ$，且最大边的长和最小边的长是方程$x^2-7x+11=0$的两个根，则第三边的长为（　　）

A. 2　　B. 3

C. 4　　D. 5

6. [2024·北京一零一中学高一期末] 已知钝角三角形ABC的面积是$\frac{\sqrt{3}}{4}$，$AB=1$，$BC=\sqrt{3}$，则$AC^2=$（　　）

A. $4-\sqrt{3}$　　B. $4+\sqrt{3}$

C. 7　　D. 7或1

7. （多选题）在$\triangle ABC$中，内角A，B，C的对边分别为a，b，c，且满足$B=\frac{\pi}{3}$，$a+c=\sqrt{3}b$，则$\frac{a}{c}$可以为（　　）

A. 2　　B. 3

C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{3}$

8. 在$\triangle ABC$中，$AC=5$，$AB=3$，$BC=7$，AD是BC边上的中线，点D在线段BC上，则$AD=$_____.

9. 已知a，b，c分别为$\triangle ABC$的内角A，B，C的对边，且$\sin^2A-\sin^2B-\sin^2C=-\sin B\sin C$.

(1)求A；

(2)若$a=\sqrt{7}$，$\triangle ABC$的面积为$\frac{3\sqrt{3}}{2}$，求$\triangle ABC$的周长.

综合提升

10. 在△ABC 中，$\dfrac{a\sin A}{a^2+c^2-b^2}=\dfrac{b\sin B}{b^2+c^2-a^2}$，则△$ABC$ 的形状为（　　）

A. 直角三角形

B. 等腰三角形

C. 等腰三角形或直角三角形

D. 等边三角形

11. （多选题）在△ABC 中，内角 A，B，C 所对的边分别是 a，b，c，且 $a=3$，$b=\sqrt{5}$，$c=\sqrt{2}$，则下列结论正确的是（　　）

A. △ABC 是锐角三角形

B. $B=\dfrac{\pi}{4}$

C. △ABC 的面积为$\dfrac{3}{2}$

D. AB 的中线长为$\sqrt{5}$

12. 若三角形的三边长为连续的自然数，且最大角为钝角，则最小角的余弦值为_____.

13. 已知锐角三角形的三边长分别为 1，3，a，则 a 的取值范围是_____.

14. 已知△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且 $b^2+(c-b)c=a^2$.

(1)求角 A 的大小；

(2)若△ABC 的面积为 $5\sqrt{3}$，$b=5$，求 $\sin B\sin C$ 的值.

思维探索

15. 在△ABC 中，$\angle ABC=\dfrac{2\pi}{3}$，$D$ 在边 AC 上，且 BD 平分$\angle ABC$，若 $AD=2CD=4$，则 BD 的长为_____.

16. 在△ABC 中，已知 $BC=7$，$AC=8$，$AB=9$，求 AC 边上的中线长.

基础教育行业专研品牌 全品 30+年创始人专注教育行业

第 2 课时　正、余弦定理解三角形

基础巩固

1. 已知$\triangle ABC$的内角A,B,C所对的边分别为a,b,c，若$9\sin^2 B=4\sin^2 A$，$\cos C=\frac{1}{4}$，则$\frac{c}{a}=$　　（　）

A. $\frac{\sqrt{11}}{4}$　　B. $\frac{\sqrt{10}}{4}$

C. $\frac{\sqrt{11}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{10}}{3}$

2. 在$\triangle ABC$中，内角A,B,C的对边分别为a,b,c，且$A=\frac{\pi}{3}$，$a=2\sqrt{3}$，$\sin C=2\sin B$，则$\triangle ABC$的面积为　　（　）

A. $\sqrt{3}$　　B. $2\sqrt{3}$

C. 3　　D. 4

3. 已知$\triangle ABC$的内角A,B,C所对的边分别为a,b,c，若$\triangle ABC$的面积为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，$b=\sqrt{3}$，$B=\frac{\pi}{3}$，则$\triangle ABC$的周长等于　　（　）

A. $2+\sqrt{3}$　　B. $3+\sqrt{3}$

C. $3\sqrt{3}$　　D. $\frac{5+3\sqrt{3}}{2}$

4. 已知$\triangle ABC$的内角A,B,C所对的边分别为a,b,c，若$(\sin^2 A+\sin^2 C-\sin^2 B)\cdot\tan B=\sin A\cdot\sin C$，则$B=$　　（　）

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{3}$

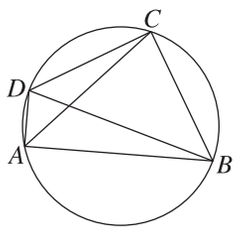
C. $\frac{\pi}{6}$或$\frac{5\pi}{6}$　　D. $\frac{\pi}{3}$或$\frac{2\pi}{3}$

5. [2024·合肥高一期末] 在$\triangle ABC$中，内角A,B,C的对边分别为a,b,c，若$2b\cos C=a(2-c)$，且$B=\frac{\pi}{3}$，则$a=$　　（　）

A. 1　　B. $\sqrt{2}$

C. $\sqrt{3}$　　D. 2

6. 如图，A,B,C,D四点共圆，其中BD为直径，$AB=4$，$BC=3$，$\angle ABC=60^\circ$，则$\triangle ACD$的面积为　　（　）



A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{5\sqrt{3}}{6}$　　D. $\frac{7\sqrt{3}}{6}$

7. 在$\triangle ABC$中，$BC=\sqrt{7}$，若O为$\triangle ABC$的外心，且$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AO}=2$，$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AO}=\frac{9}{2}$，则$\angle BAC=$　　（　）

A. 30°　　B. 45°

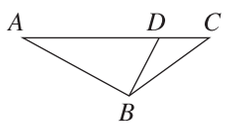
C. 60°　　D. 90°

8. [2025·广西河池高一期中] 已知$\triangle ABC$的内角A,B,C所对的边分别为a,b,c，$\sqrt{6}(\sin A-\sin C)=\sin B$，$a^2=5c^2+2ac\cos B$，且$\triangle ABC$的面积为$2\sqrt{15}$，则$\triangle ABC$的周长为　　（　）

A. $6+2\sqrt{6}$　　B. $6\sqrt{15}+4$

C. $2\sqrt{15}+4\sqrt{3}$　　D. $6\sqrt{2}+4\sqrt{3}$

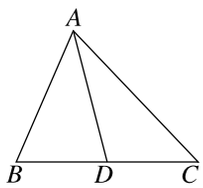
9. 如图，在$\triangle ABC$中，点D在AC上，$AB\perp BD$，$BC=3\sqrt{3}$，$BD=5$，$\sin\angle ABC=\frac{2\sqrt{3}}{5}$，则$CD$的长度为_____.



10. [2024·广州执信中学高一月考] 如图,在锐角三角形 ABC 中,BC 边上的中线 AD 的长度为 3,且 $\sin B=\frac{3\sqrt{6}}{8}$,$\cos\angle ADC=-\frac{1}{4}$.

(1)求边 AB 的长;

(2)求△ABC 的面积.



综合提升

11. 在△ABC 中,内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c,且$\sqrt{3}a\sin\frac{A+B}{2}=c\sin A$,则 (　　)

A. $C=\frac{\pi}{6}$　　B. $c^2=a^2+b^2+ab$

C. $C=\frac{5\pi}{6}$　　D. $c^2=a^2+b^2-ab$

12. (多选题)[2025·辽宁沈阳高一期中] 在△ABC 中,$AB=4$,$AC=6$,$A=\frac{\pi}{3}$,点 D 为边 BC 上一动点,则 (　　)

A. $BC=2\sqrt{7}$

B. 当 AD 为边 BC 上的高时,$AD=\frac{3\sqrt{21}}{7}$

C. 当 AD 为边 BC 上的中线时,$AD=\sqrt{19}$

D. 当 AD 为角 A 的平分线时,$AD=\frac{12\sqrt{3}}{5}$

13. 在△ABC 中,内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c,若 $a=\sqrt{7}$,$b=2$,$C=2B$,则 $AB=$_____.

14. 在△ABC 中,内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c,且 $a\sin(2A+B)=c\sin A$.

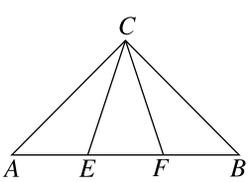
(1)求证:$\sin C=\cos\frac{A}{2}$;

(2)求证:$c^2\geqslant 2ab\left(1+\sin\frac{A}{2}\right)$;

(3)若 $\sin\frac{A}{2}=\frac{1}{3}$,求 $\sin B$.

思维探索

15. [2024·河南洛阳栾川一中高一月考] 如图,E,F 是等腰直角三角形 ABC 的斜边 AB 的三等分点,则 $\tan\angle ECF=$ (　　)



A. $\frac{16}{27}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\frac{3}{4}$

16. 在△ABC 中,内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c,已知 $b^2=ac$ 且 $\cos B=\frac{3}{4}$.

(1)求 $\frac{1}{\tan A}+\frac{1}{\tan C}$ 的值;

(2)设 $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=\frac{3}{2}$,求 $a+c$ 的值.

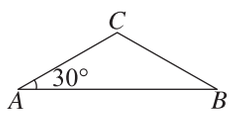
9.2　正弦定理与余弦定理的应用

基础巩固

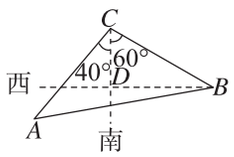
1. 学校体育馆的“人字形”屋架为等腰三角形，如图所示，测得 AC 的长为 4 m，$A=30°$，则 AB 的长为　　（　）

A. 12 m　　B. 8 m

C. $3\sqrt{3}$ m　　D. $4\sqrt{3}$ m



第 1 题图



第 2 题图

2. 如图，两座灯塔 A 和 B 到海岸观察站 C 的距离相等，灯塔 A 在观察站南偏西 40°的方向上，灯塔 B 在观察站南偏东 60°的方向上，则灯塔 A 在灯塔 B　　（　）

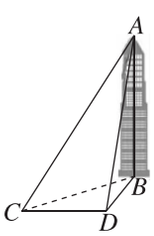
A. 北偏东 10°的方向上

B. 北偏西 10°的方向上

C. 南偏东 80°的方向上

D. 南偏西 80°的方向上

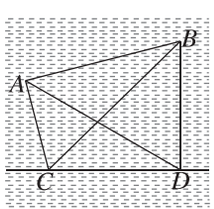
3. ［2025·重庆沙坪坝区高一期中］某中学高一数学兴趣小组计划测量某钟塔的高度，选取与塔底 B 在同一水平面内的两个基测点 C 与 D，测得 $\angle BCD=30°$，$\angle BDC=90°$，$CD=60$ 米，在点 C 处测得钟塔顶 A 的仰角 $\angle ACB=75°$，则该钟塔的高度 $AB=$　　（　）



A. $(120+80\sqrt{3})$米　　B. 40 米

C. $(80+120\sqrt{3})$米　　D. 60 米

4. 如图，在海面上有两个观测点 B，D 相距 2 km，点 D 在 B 的正南方向，某天观察到某船在点 B 西南方向的 C 处，距离点 D 也为 2 km，5 分钟后该船行驶至 A 处，此时测得 $\angle ABC=30°$，$\angle ADB=60°$，则该船行驶的距离 $AC=$　　（　）



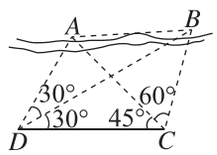
A. $\sqrt{2}$ km　　B. $2\sqrt{2}$ km

C. $\sqrt{6}$ km　　D. $2\sqrt{6}$ km

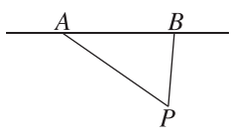
5. 如图，为了测量河对岸 A，B 两点间的距离，在河的一边测得 $CD=1$ km，$\angle ADB=\angle CDB=30°$，$\angle DCA=45°$，$\angle ACB=60°$，则 A，B 两点间的距离是　　（　）

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ km　　B. $\frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}$ km

C. $\frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{2}$ km　　D. $\frac{2\sqrt{2}}{2}$ km



第 5 题图



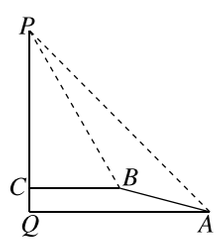
第 6 题图

6. 如图所示，在限速为 90 km/h 的公路 AB 旁有一测速站 P，已知点 P 距测速区间起点 A 的距离为0.07 km，距测速区间终点 B 的距离为 0.04 km，且 $\angle APB=60°$，现测得某辆汽车从点 A 行驶到点 B 所用的时间为 3 s，则此车的速度介于　　（　）

A. 60 至 70 km/h　　B. 70 至 80 km/h

C. 80 至 90 km/h　　D. 90 至 100 km/h

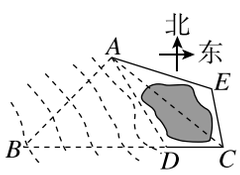
7. 鼎湖峰矗立于浙江省缙云县仙都风景名胜区，状如春笋拔地而起，其峰顶镶嵌着一汪小湖，传说黄帝炼丹鼎坠积水成湖，白居易曾以诗赋之：“黄帝旌旗去不回，片云孤石独崔嵬. 有时风激鼎湖浪，散作晴天雨点来”. 某校开展数学建模活动，有建模课题组的学生选择测量鼎湖峰的高度，为此他们设计了测量方案. 如图，在山脚 A 处测得山顶 P 的仰角为 45°，沿倾斜角为 15°的斜坡向上走了 90 米到达 B 处（A，B，P，Q 在同一个平面内），在 B 处测得山顶 P 的仰角为 60°，则鼎湖峰的高 PQ 为　　（　）



A. $45(\sqrt{6}-\sqrt{2})$米　　B. $45(\sqrt{6}+\sqrt{2})$米

C. $90(\sqrt{3}-1)$米　　D. $90(\sqrt{3}+1)$米

8. （多选题）[2024·安徽安庆一中高一月考] 在学习了三角形的知识后，为了锻炼实践能力，某同学策划了一次实地测量活动，他位于河东岸，在靠近河岸不远处有一小湖，他于点 A 处测得河对岸点 B 位于点 A 的南偏西 $45°$ 的方向上，由于受到地势的限制，他又选了点 C，D，E，使点 B，C，D 共线，点 B 位于点 D 的正西方向上，点 C 位于点 D 的正东方向上，测得 $CD=CE=100$ m，$\angle BAD=75°$，$\angle AEC=120°$，$AE=200$ m，经过计算得到如下数据，其中正确的是 （　）



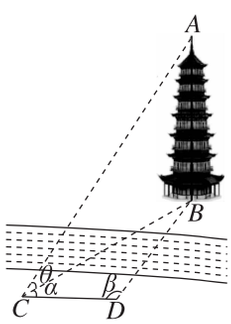
A. $AD=200$ m

B. $\triangle ADC$ 的面积为 $1000\sqrt{3}$ m^2

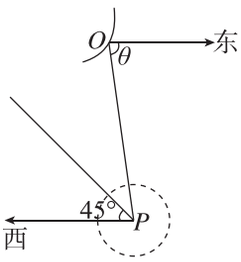
C. $AB=100\sqrt{6}$ m

D. 点 A 在点 C 的北偏西 $30°$ 的方向上

9. 如图，为测得河对岸塔 AB 的高，可在河岸上选取与塔底 B 在同一水平面的两个测量点 C 与 D，现测得 $\angle ACB=\theta$，$\angle BCD=\alpha$，$\angle BDC=\beta$，$CD=s$，则塔 AB 的高度为 _____.



10. 在某港口附近的海面有一台风，据监测，当前台风中心位于港口 O（如图）东偏南 $\theta\left(\cos\theta=\frac{\sqrt{2}}{10}\right)$ 方向 300 千米的海面 P 处，并以 20 千米/时的速度沿直线向北偏西 $45°$ 方向移动，台风侵袭的范围为圆形区域，当前半径为 60 千米，并以 10 千米/时的速度不断增大，问几个小时后该港口开始受到台风的侵袭？受到台风侵袭的时间有多长？



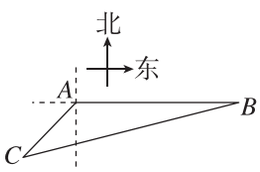
综合提升

11. 某数学兴趣小组成员为测量 A，B 两地（视为质点）之间的距离，在 A 的正北方向和西偏北 $15°$ 方向上分别选取点 C，D，已知 A，C 两地相距 $5\sqrt{6}$ 千米，B，D 两地相距 $10\sqrt{3}$ 千米，且 D 在 C 的西南方向上，B 在 A 的西南方向上，则 A，B 两地之间的距离是 （　）

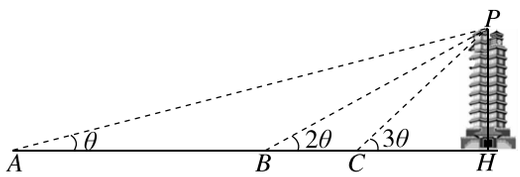
A. 20 千米　　B. $20\sqrt{2}$ 千米

C. $20\sqrt{3}$ 千米　　D. $20\sqrt{6}$ 千米

12. 如图所示，位于 A 处的信息中心获悉，在其正东方向相距 $30\sqrt{2}$ 海里的 B 处有一艘渔船遇险，在原地等待营救. 信息中心立即把消息告知在其南偏西 $45°$ 相距 20 海里的 C 处的乙船，现乙船朝北偏东 θ 的方向沿直线 CB 前往 B 处救援，则 $BC=$ _____ 海里，$\cos\theta=$ _____.



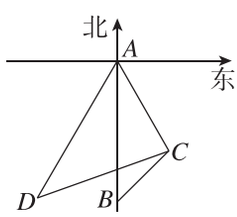
13. [2024·郑州外国语学校高一月考] 郑州二七罢工纪念塔位于郑州市中心二七广场，是郑州城市的标志性建筑. 如图，小米同学为了测量二七塔的塔高 PH，在塔底所在的水平面内取点 A，测得塔顶的仰角为 θ，前进 130 米后到达点 B，测得塔顶的仰角为 2θ，再前进 $\frac{520}{11}$ 米后到达点 C，测得塔顶的仰角为 3θ，则塔高 $PH=$ _____ 米.（参考数据：$\sqrt{15}\approx3.87$，最终结果保留整数，即结果精确到 1 米）



14. [2025·吉林松原高一期中] 如图，A，B 是海上相距 $(30+10\sqrt{3})$ 海里的两个观测塔，B 位于 A 的正南方向. 工作人员在 A 观测塔处发现其南偏东 30°方向上的 C 处有一艘轮船发出求救信号，同时，在 B 观测塔处也发现其北偏东 45°方向上的 C 处发出求救信号，此时位于 A 观测塔南偏西 30°方向且与 A 相距 $40\sqrt{3}$ 海里的 D 处有一艘救援船，其航行的最大速度为 30 海里/时.

(1)求 C 处到 A 观测塔的距离.

(2)D 处的救援船应该朝北偏东多少度的方向沿直线前往 C 处救援？至少航行多长时间才能到达 C 处？

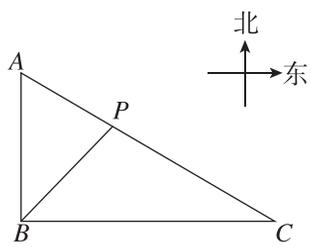


思维探索

15. 如图，A，B，C 三地有直道相通，其中 AB，BC 为步行道，AC 为机动车道，已知 A 在 B 的正北方向 6 km 处，C 在 B 的正东方向 $6\sqrt{3}$ km 处，某校开展步行活动，从 A 地出发，经 B 地到达 C 地，中途不休息.

(1)媒体转播车从 A 地出发，沿 AC 行至点 P 处，此时 $\angle ABP=45°$，求 PB；

(2)媒体记者随队步行，媒体转播车从 A 地沿 AC 前往 C 地，两者同时出发，步行的速度为 6 km/h，为配合转播，转播车的速度为 12 km/h，记者和转播车通过专用对讲机保持联系，转播车开到 C 地后原地等待，直到记者到达 C 地，若对讲机的有效通话距离不超过 9 km，求他们通过对讲机能保持联系的总时长.



班级

姓名

题号	答题区
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
11	
12	
13	

▶滚动习题（一）

范围 9.1～9.3

（时间：45 分钟　分值：100 分）

一、单项选择题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

1. 在△ABC 中，内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，若 $A=\frac{\pi}{12}$，$B=\frac{\pi}{4}$，$c=3+\sqrt{3}$，则 $b=$（　　）

A. $\sqrt{3}$　　B. $\sqrt{6}-\sqrt{2}$

C. $\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{6}+\sqrt{2}$

2. ［2025·天津静海区高一期中］在△ABC 中，若 $a=2b\cos C$，则△ABC 是（　　）

A. 等腰三角形

B. 等腰直角三角形

C. 直角三角形

D. 等腰或直角三角形

3. 在△ABC 中，内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，若 $A=120°$，$a=\sqrt{19}$，$b-c=1$，则△ABC 的面积为（　　）

A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{3}{2}$

C. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$　　D. $\frac{3}{4}$

4. ［2025·广东东莞高一期中］在△ABC 中，内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知 $b\sin A=\sqrt{3}a\cos B$，则 $B=$（　　）

A. $\frac{\pi}{3}$　　B. $\frac{\pi}{2}$

C. $\frac{\pi}{6}$　　D. $\frac{5\pi}{6}$

5. 已知△ABC 的内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，若 $c\cos B=b(\sqrt{3}a-\cos C)$，且△$ABC$ 的面积 $S=\frac{1}{2}c\cos A$，则 $A=$（　　）

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{4}$

C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{2}$

6. 在△ABC 中，内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，其中 $a=\sqrt{6}$，$b=2\sqrt{2}$，若满足条件的三角形有且只有两个，则 A 的取值范围为（　　）

A. $\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$　　B. $\left(0,\frac{\pi}{6}\right)$

C. $\left(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right)$　　D. $\left(0,\frac{\pi}{3}\right)\cup\left(\frac{2\pi}{3},\pi\right)$

二、多项选择题：本大题共 2 小题，每小题 6 分，共 12 分.

7. 人民英雄纪念碑位于北京天安门广场中心，是中华人民共和国政府为纪念中国近现代史上的革命烈士而修建的纪念碑，正面镌刻着毛泽东同志所题写的“人民英雄永垂不朽”八个金箔大字. 某学校计划组织学生去瞻仰人民英雄纪念碑，并用学到的数学知识测量其高度. 现准备了三种工具：测角仪（可测量仰角与俯角）、米尺（可测量长度）、量角器（可测量平面角度）（工具不一定都要使用）. 不同小组设计了如下不同的测量方案，其中一定能计算出纪念碑高度的方案有 （　　）



A. 在水平地面上任意寻找两点 A，B，分别测量纪念碑顶端的仰角 α，β，再测量 A，B 两点间的距离

B. 在水平地面上任意寻找两点 A，B，分别测量纪念碑顶端的仰角 α，β，再测量 A，B 两点间的距离和两点相对于纪念碑底部的张角 θ

C. 在纪念碑正东方向找到一座建筑物 AB（低于纪念碑），测得建筑物 AB 的高度为 h，在该建筑物顶部和底部分别测得纪念碑顶端的仰角 α 和 β

D. 在纪念碑的正前方 A 处测得纪念碑顶端的仰角 α，正对纪念碑前行 5 米到达 B 处，再次测得纪念碑顶端的仰角 β

8. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A，B，C 的对边分别是 a，b，c，且 $b=3$，$c=3\sqrt{3}$，$B=30^\circ$，则 AB 边上的中线长可能为 （　　）

A. $\dfrac{3\sqrt{7}}{2}$　　B. $\dfrac{3}{4}$

C. $\dfrac{3}{2}$　　D. $\dfrac{7}{2}$

三、填空题：本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

9. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，若 $b=\sqrt{7}$，$c=\sqrt{3}$，$B=\dfrac{\pi}{6}$，则 $a=$ _____.

10. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，若 $b=1$，$c=\sqrt{3}$，$S_{\triangle ABC}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$，则 $A=$ _____.

11. 已知函数 $f(x)=\sin\left(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\pi}{6}\right)$. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A，B，C 的对边分别是 a，b，c，且满足 $\dfrac{2a-c}{b}=\dfrac{\cos C}{\cos B}$，则 $f(A)$ 的取值范围是 _____.

四、解答题：本大题共 3 小题，共 43 分.

12. （13 分）[2025 · 浙江杭州高一期中] 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且 $(b-c)^2=a^2-bc$.

（1）求 A；

（2）若 $b+c=4$，$\triangle ABC$ 的面积为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，求 a 的值.

班级

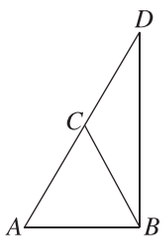
姓名

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9
	10
	11

13. (15 分)在$\triangle ABC$中,内角A,B,C的对边分别是a,b,c,且$a+b=c(\sqrt{3}\sin A+\cos A)$.

(1)求C;

(2)若点D满足$\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AC}$,且$\overrightarrow{BD}\perp\overrightarrow{AB}$,$|\overrightarrow{BD}|=\sqrt{3}$,求$c$.



14. (15 分)[2025·河北承德高一期中]在$\triangle ABC$中,内角A,B,C所对的边分别为a,b,c,且$2b\sin\left(A+\frac{\pi}{6}\right)=a+c$.

(1)求B;

(2)若$a+c=3$,$b=\sqrt{3}a$,求$\triangle ABC$的外接圆半径;

(3)若点M在线段AC上,$\angle ABM=\angle CBM$,$BM=4$,求$2a+c$的最小值.